

## 13. Übung Optimierung B

**Aufgabe 1.** Es seien  $\Sigma_1$  und  $\Sigma_2$  endliche Alphabete mit Kardinalität mindestens 2. Zeigen Sie:

Es existiert eine injektive Funktion  $\phi : \Sigma_2^* \rightarrow \Sigma_1^*$ , so dass für alle  $w \in \Sigma_2^*$  gilt  $|\phi(w)| \leq C|w|$ , wobei  $C := \lceil \log_{|\Sigma_1|} |\Sigma_2| \rceil$  ist.

**Aufgabe 2.** Gegeben sei die deterministische Turingmaschine  $\mathcal{DEEPTHOUGHT} = (Q, A, \delta, q_0, F)$  mit Zustandsmenge  $Q := \{q_i \mid i = 0, 1, \dots, 6\} \cup \{q_F\}$ , Alphabet  $A := \{0, 1, \#\}$ , Anfangszustand  $q_0$ , Endzustandsmenge  $F := \{q_F\}$  und der folgenden Übergangsfunktion  $\delta$ :

$q \in Q$	$a \in \hat{A}$	$\delta(q, a)$	$q \in Q$	$a \in \hat{A}$	$\delta(q, a)$
$q_0$	$B$	$(q_1, \#, R)$	$q_2$	$0$	$(q_3, 0, R)$
$q_0$	$0$	$(q_0, 0, R)$	$q_3$	$B$	$(q_4, 1, R)$
$q_0$	$1$	$(q_0, 1, R)$	$q_3$	$0$	$(q_F, 0, R)$
$q_1$	$B$	$(q_2, 1, R)$	$q_4$	$B$	$(q_1, 0, L)$
$q_1$	$0$	$(q_5, 0, R)$	$q_5$	$B$	$(q_5, 1, N)$
$q_1$	$1$	$(q_1, 1, R)$	$q_5$	$1$	$(q_6, 1, R)$
$q_2$	$B$	$(q_2, 0, N)$	$q_6$	$B$	$(q_3, 0, N)$

- i) Bestimmen Sie für jeden Input  $w \in \{0, 1\}^*$  (d.h. für jede Startkonfiguration  $k_0 = q_0w$ ) die Endkonfiguration von  $\mathcal{DEEPTHOUGHT}$ .
- ii) Bestimmen Sie Laufzeit der Turingmaschine.

**Aufgabe 3.** Entwickeln Sie einen  $O(n^2)$ -zeitbeschränkten Akzeptor für die Sprache aller Palindrome über  $\{0, 1\}^*$ , die durch

$$\text{PALINDROM} := \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w_1w_2 \dots w_t = w_t w_{t-1} \dots w_1 \text{ mit } t = |w|\}$$

definiert ist.

Hinweis: Beachten Sie, dass auch das leere Wort ein Palindrom ist.

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie, dass  $2\text{-SAT} \in \mathbf{P}$ .

Hinweis: Führen Sie 2-SAT auf ein Erreichbarkeitsproblem in gerichteten Graphen zurück. Definieren Sie dazu die Eckenmenge mit Hilfe der Literale und die Bogenmenge mit Hilfe der Klauseln.