Prof. Dr. E. Triesch
SoSe 2017

Lehrstuhl II für Mathematik
RWTH AACHEN UNIVERSITY

3. Übung Kombinatorische Suchprobleme

Aufgabe 1.
Gegeben seien L diskrete Zufallsvariablen $X_1, \dots, X_L$. Zeigen Sie:

$$H(X_1, \dots, X_L) \leq \sum_{i=1}^{L} H(X_i)$$

mit Gleichheit genau dann, wenn $X_1, \dots, X_L$ unabhängig sind.
<u>Hinweis:</u>
Für 2 Zufallsvariablen X, Y ist die Entropie des zweidimensionalen Zufallsvektor (X, Y) gegeben durch $H(X, Y) = -\sum\limits_{(x,y)\in\mathcal{X}\times\mathcal{Y}} p(x, y) \log_2 p(x, y)$.

Aufgabe 2.
Sei der Suchbereich $\mathcal{S}$ eine n-elementige Menge und $k < \frac{n}{2}$, zeigen Sie:

$$L_{prä}(\mathcal{S}, \mathfrak{A}_{\leq k}) \geq \frac{\log_2 n}{\log_2 e\frac{n}{k}} \cdot \frac{n}{k}.$$

<u>Hinweis:</u>
Sei $M = (A_1 \dots A_L)^\top \in \{0,1\}^{L\times n}$ eine optimale Suchmatrix. Definieren Sie Zufallsvariablen $X_i : \mathcal{S} \to \{0,1\}$ mit $X_i(x^*) = 1 \Leftrightarrow A_i$ hat Eintrag 1 an der Stelle $x^*, 1 \leq i \leq L$. Betrachten Sie die Entropie des Zufallsvektors $(X_1, \dots, X_L)$, verwenden Sie Aufgabe 1.

Aufgabe 3.
Zeigen Sie die folgende Behauptung:
Falls $M^{(2)}(F_{n+1} + a) \leq n$, dann gilt $M^{(2)}(F_{k+1} + a) \leq k$ für alle $k > n$.