

## 12. Übung Hypergraphen-Theorie

### Aufgabe 1.

Formulieren Sie auf Grundlage des Satzes von Erdős-Selfridge einen Algorithmus her, der zu jedem beliebigen Hypergraphen  $H = (V, E)$  mit

$$\sum_{e \in E} 2^{-|e|} + \max_{v \in V} \sum_{e \in E: v \in e} 2^{-|e|} < 1$$

eine halbierende 2-Färbung findet und zeigen Sie dessen Korrektheit.

### Aufgabe 2.

Zeigen Sie mit Hilfe des Satzes von Erdős-Selfridge, dass 13-in-einer-Reihe ein starkes Unentschieden ist.

*Hinweis:* Zerlegen Sie das Spielfeld in Quadrate der Größe  $9 \times 9$ .

### Aufgabe 3.

Zeigen Sie unter Verwendung einer geeigneten Paarungsstrategie, dass 9-in-einer-Reihe ein starkes Unentschieden ist.

*Hinweis:* Zerlegen Sie das Spielfeld in H-förmige Teilfelder mit 7 Feldern.

### Aufgabe 4.

Für  $a < b \in \mathbb{N}, b \neq 2a$  betrachten wir den Hypergraphen  $H = (V, E)$  mit

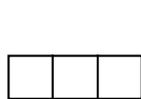
$$V := \mathbb{Z} \quad \text{und} \quad E := \{ \{x, x+a, x+b\} \mid x \in \mathbb{Z} \} \cup \{ \{x, x+b-a, x+b\} \mid x \in \mathbb{Z} \}.$$

Analysieren Sie das dazugehörige Maker-Breaker-Spiel.

### Aufgabe 5.

Wir betrachten das Animal Tic-Tac-Toe.

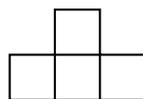
a) Zeigen Sie, dass die Animals "Tic", "El", "Knobby" und "Elly" Gewinner sind.



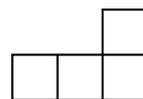
Tic



El



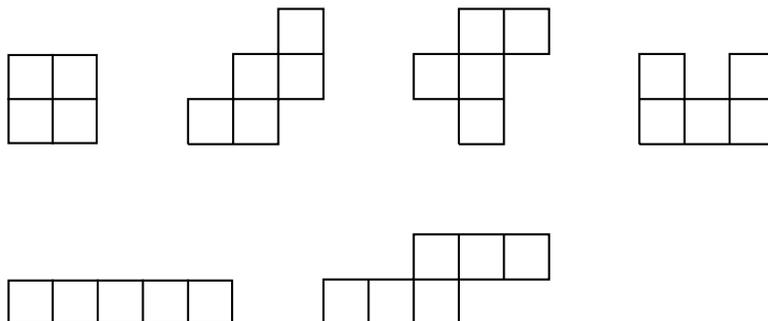
Knobby



Elly

Wie viele Züge benötigt Spieler 1 bei einer kürzesten Strategie?

b) Zeigen Sie, dass die folgenden Animals Verlierer sind.



c) Es gibt genau 107 Animals der Ordnung 7. Jedes enthält einen Verlierer der Ordnung kleiner gleich 6. Welche Folgerung über das Animal Tic-Tac-Toe lässt dies zu?