5. Übung Hypergraphen-Theorie

Aufgabe 1.
Für einen Graphen $G = (V, E)$ definiert man

$$\mu(G) = m(G) - n(G) + \kappa(G)$$

als *Index* oder *zyklomatische Zahl*. Dabei bezeichnet $m(G) = |E|$, $n(G) = |V|$ und $\kappa(G)$ die Anzahl der Komponenten von G. Weiter bezeichne $\nu(G)$ die Anzahl der Kreise von G.
Zeigen Sie:

a) $\mu(G) \geq 0$.

b) $\mu(G) = 0 \Leftrightarrow G$ ist ein Wald.

c) $\mu(G) \leq \nu(G)$.

Aufgabe 2.
Zeigen Sie, dass für einen beliebigen Graphen G die folgenden Aussagen äquivalent sind:

(1) Alle Kreise von G sind paarweise kantendisjunkt.

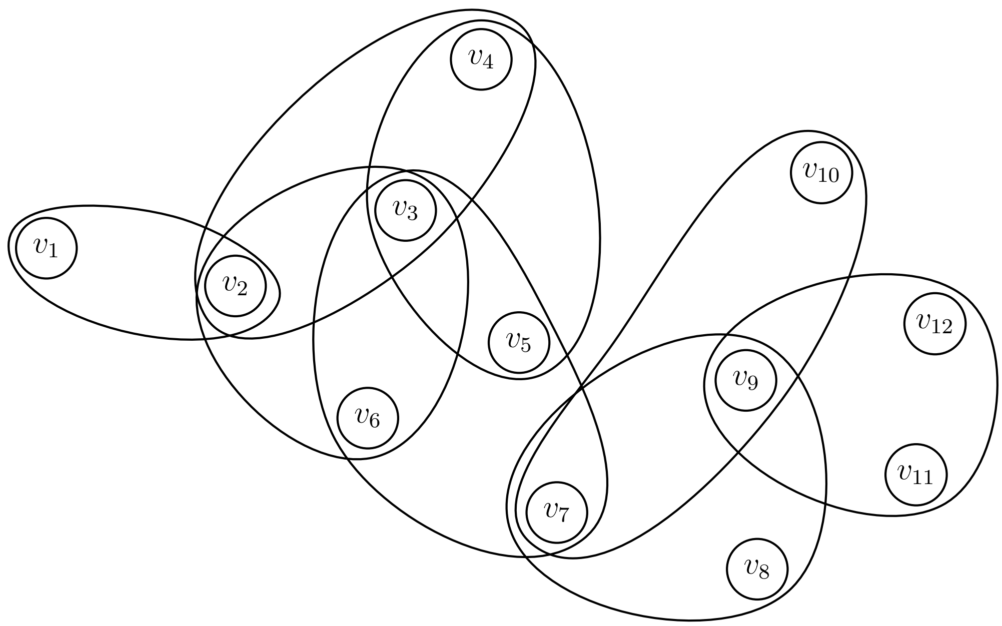
(2) Es gilt $\mu(G) = \nu(G)$.

Aufgabe 3.
Sei H ein Intervall-Hypergraph. Zeigen Sie:

a) Falls H schlicht ist, so ist H^* ebenfalls ein Intervall-Hypergraph.
Was lässt sich in diesem Fall über $\nu(H)$, $\tau(H)$, $\alpha(H)$ und $\rho(H)$ sagen?

b) Es gibt einen nicht-schlichten Intervall-Hypergraph, dessen dualer Hypergraph kein Intervall-Hypergraph ist.

Aufgabe 4.
Bestimmen Sie zu dem gebenen Hypergraphen $H = (V, E)$ und der Kantengewichtsfunktion d ein gewichtsmaximales Matching. Beweisen Sie die Optimalität der Lösung.



e	$d(e)$
$\{v_1, v_2\}$	2
$\{v_2, v_3, v_4\}$	4
$\{v_2, v_3, v_6\}$	3
$\{v_3, v_4, v_5\}$	2
$\{v_3, v_5, v_6, v_7\}$	3
$\{v_7, v_8, v_9\}$	2
$\{v_7, v_9, v_{10}\}$	3
$\{v_9, v_{11}, v_{12}\}$	4