

### 3. Übung Hypergraphen-Theorie

#### Aufgabe 1.

- a) Zeigen Sie, dass ein schlichter Graph  $G$  die 3-Helly-Eigenschaft besitzt.
- b) Finden Sie ein Beispiel für einen schlichten Graphen  $G$ , der nicht 2-Helly ist.
- c) Beschreiben Sie die schlichten Graphen  $G$ , welche die 2-Helly-Eigenschaft besitzen.

#### Aufgabe 2.

Zeigen Sie für  $k \in \mathbb{N}$ :

- a) Ein Hypergraph  $H$  mit  $\text{Rang}(H) \leq k$  ist  $(k + 1)$ -Helly.
- b) Ein schlichter Hypergraph  $H$  mit  $\Delta(H) \leq k$  ist  $(k + 1)$ -konform.

#### Aufgabe 3.

Der Hypergraph  $H$  erfülle folgende Eigenschaft. Für jeden Subhypergraphen  $H' \subseteq H$  gilt

$$\max \{ |U| \mid U \subseteq V(H') \text{ unabhängig} \} = \min \left\{ |F| \mid F \subseteq E(H'), \bigcup_{e \in F} e = V(H') \right\}.$$

Zeigen Sie, dass  $H$  konform ist.

#### Aufgabe 4.

Sei  $H = (V, E)$  ein Intervall-Hypergraph, d.h. es gibt eine Anordnung  $v_1, v_2, \dots, v_n$  von  $V$ , sodass jede Kante aus aufeinanderfolgenden Knoten besteht. Zeigen Sie, dass  $H$  die Helly-Eigenschaft besitzt.

#### Aufgabe 5.

Sei  $G$  ein Intervall-Graph, d.h. es gibt einen Intervall-Hypergraphen  $H$  mit  $G = L(H)$ . Zeigen Sie, dass  $G$  chordal ist.