Lehrstuhl II für Mathematik http://www.math2.rwth-aachen.de
Prof. Dr. E. Triesch **WS 2010/2011**

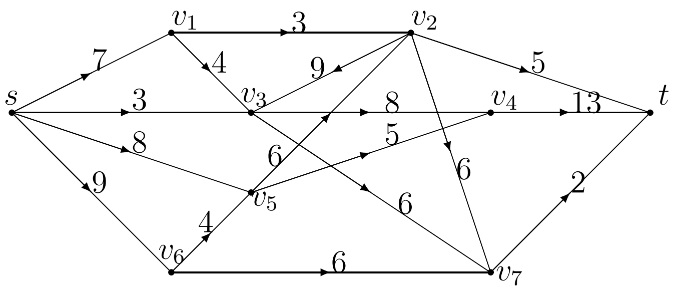
7. Übung Optimierung B

Aufgabe 1. Ein schlichter und bewerteter Digraph mit den 8 Ecken $x_1, ..., x_8$ sei durch folgende Bewertungsmatrix gegeben:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
x_1	0	2	5	4	3	8	2	1
x_2	∞	0	1	6	7	∞	5	3
x_3	3	2	0	5	3	4	2	3
x_4	7	4	5	0	3	6	4	2
x_5	6	2	∞	6	0	∞	5	3
x_6	1	3	1	6	3	0	2	∞
x_7	5	2	4	3	3	∞	0	3
x_8	4	3	5	4	3	2	5	0

Dabei bedeutet ein Eintrag a an der Stelle (i, j) für $a < \infty$, dass ein Bogen mit Bewertung a vom Knoten x_i zum Knoten x_j führt. Ist $a = \infty$, so existiert dieser Bogen nicht. Führen Sie den Algorithmus von Moore, Bellman und Ford für diesen Digraphen durch. Wählen Sie dabei $s := x_1$.

Aufgabe 2.
Geben Sie einen maximalen Fluss und einen minimalen Schnitt im abgebildeten Netzwerk (D, s, t) an.



Aufgabe 3. Es sei (D, s, t) ein Netzwerk mit Kapazitätsfunktion c. Zeigen Sie:
i) C ist genau dann ein minimaler Schnitt, wenn für einen maximalen Fluss x und jeden Bogen $a \neq (t, s)$ gilt, dass

$$x_a = \begin{cases} c_a & a = (u, v), u \in C, v \notin C \\ 0 & a = (v, u), u \in C, v \notin C \end{cases}$$

ii) falls C und C' minimale Schnitte sind, dann auch $C \cup C'$ und $C \cap C'$, d.h. die Menge der minimalen Schnitte ist ein distributiver Verband
iii) im Beweis des *Max-Flow Min-Cut Theorems* wird das minimale Element des Verbands der minimalen Schnitte konstruiert

Aufgabe 4.
Es sei $K \in \mathbb{N}$. Im abgebildeten Netzwerk (D, s, t) ist der maximale Wert eines Flusses offenbar $2K$. Zeigen Sie, dass der Ford-Fulkerson-Algorithmus bei einer ungünstigen Wahl der vergrößernden $s - t$-Wege auch $2K$ Schritte benötigt, um den Fluss x^* mit $val(x^*) = 2K$ zu finden.