Prof. Dr. E. Triesch
SoSe 2017

Lehrstuhl II für Mathematik | RWTH AACHEN UNIVERSITY

2. Übung Kombinatorische Suchprobleme

Binäre Suche mit beschränkter Testmenge:
Betrachten Sie den folgenden Suchprozess: Gegeben sei ein Suchbereich $\mathcal{S}$ und die Testfamilie $\mathfrak{A}_k = \{A \subseteq \mathcal{S} \ : \ |A| \leq k\} \subseteq 2^{\mathcal{S}}$.

Aufgabe 1.
Sei der Suchbereich $\mathcal{S}$ eine n-elementige Menge und $k \leq n$, zeigen Sie:

a) $L(\mathcal{S}, \mathfrak{A}_{\leq k}) = \lceil \log_2 n \rceil$ für $k \geq \frac{n}{2}$,

b) $L(\mathcal{S}, \mathfrak{A}_{\leq k}) = t + \lceil \log_2(n - tk) \rceil, t = \lceil \frac{n}{k} \rceil - 2$ für $k < \frac{n}{2}$.

Codewort:
Seien A eine Menge und $A^* = \bigcup\limits_{i=0}^{\infty} A^i$. Ein *Code* C über dem Alphabet A ist eine Teilmenge von A^*. C heißt (n, q)-*Code*, falls $|A| = q$ und $|C| = n$. Ein Element von C heißt *Codewort* über dem Alphabet A, wobei A^0 das leere Wort bezeichnet. Für ein Codewort $w \in C \cap A^l$ heißt $l = l(w)$ die *Länge* von w und $L(C) = \max\limits_{w \in C} l(w)$ die *Länge* von C.
Zu jedem Algorithmus $\mathcal{A}$ eines (n, q)-Prozesses $(S, \mathcal{F})$ gibt es einen eindeutigen (n, q)-Code $C = \{w(x^*) | x^* \in S\} \subseteq A^*$, diesen Code C heißt *Suchcode* von $\mathcal{A}$.

Aufgabe 2.
Gegeben sei $p = \frac{1}{100}(30, 20, 15, 14, 11, 10)$ eine Wahrscheinlichkeitsverteilung. Betrachten Sie die folgenden binären Codes C_1, C_2 und C_3 :

	C_1	C_2	C_3
x_1	01	10	00
x_2	11	01	01
x_3	000	110	100
x_4	100	111	101
x_5	001	000	110
x_6	101	001	111

Zeigen Sie, dass alle drei Codes $\overline{L}$-optimal sind. Welcher Code ist ein Huffman-Code?